نام دبیر: پیمان عسگری	نام درس: ریاضی ۷	مبـــــحث: توان و جذر
نام آموزشگاه: خلاق	مقطع و رشته: هفتم	
نام دوره:	شماره جلسه: فصل ۷ - جلسه۱	صفحه کتاب درسی:

نام کتاب	تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار									
برای کلاس دبیر و کار در کلاس										
برای کار در منزل										

توان

برای مختصرنویسی ضرب‌های تکراری هر عدد از توان استفاده می‌کنیم.

مثال: (۰.۳ به توان ۴) $۰/۳ \times ۰/۳ \times ۰/۳ \times ۰/۳ = (۰/۳)^۴$ (۴ به توان ۳) $۴ \times ۴ \times ۴ = ۴^۳$

($\frac{۲}{۵}$ به توان ۵) $\frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^۵$ (۷ به توان ۶) $۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ = ۷^۶$

- عددی که به صورت تکراری ضرب شده است را «**پایه**» می‌نامند. ($\frac{۲}{۵}, ۰/۳, ۷, ۴$)
- عددی که تعداد دفعات ضرب شدن +
پایه را نشان می‌دهد «**توان**» می‌نامند. (۵, ۴, ۶, ۳)
- توان را «**نما**» یا «**قوّه**» نیز می‌نامند.

حاصل هر عدد به توان یک، مساوی خود عدد می‌باشد. به عبارت دیگر هر عددی که توان نداشت، توانش عدد یک می‌باشد.

مثال: $۰/۲۷ = (۰/۲۷)^۱$ $(-۸^۱) = -۸$ $۹^۱ = ۹$

نکات مهم :

عدد یک به هر توانی برسد، حاصل مساوی یک می‌باشد.

حاصل هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر، مساوی یک می‌باشد.

عدد صفر به هر توانی (غیر از صفر) برسد، حاصل مساوی صفر می‌باشد.

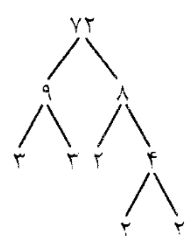
صفر به توان صفر ($۰^۰$) جزء تعریف نشده است. یعنی مقداری برای آن وجود ندارد.

تجزیه‌ی عدد به عامل‌های اول

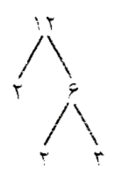
در تجزیه‌ی هر عدد ابتدا با روش نمودار درختی، عدد را به حاصل ضرب شمارنده‌های اول آن تبدیل کرده، سپس حاصل ضرب را به صورت توان می‌نویسیم.

مثال:

$۷۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲^۳ \times ۳^۲$



$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳ = ۲^۲ \times ۳$



نکته۱

در نوشتن پایه‌های منفی با توان زوج، نقش پرانتز بسیار مؤثر می‌باشد.

مثال:

$$\begin{cases} (-۵)^۲ = (-۵)(-۵) = +۲۵ \\ -۵^۲ = -(۵\times۵) = -۲۵ \end{cases}$$

تذکر: اگر توان داخل پرانتز نوشته شود، پرانتز هیچ نقشی نخواهد داشت.

:

$$(-۸)^۲ = -۸\times-۸ = +۶۴$$

$$(-۲^۴) = -(۲\times۲\times۲\times۲) = -۱۶$$

نکته۲

در نوشتن پایه‌های کسری، نقش پرانتز بسیار مؤثر می‌باشد.

مثال:

$$\begin{cases} \left(\frac{۲}{۵}\right)^۳ = \frac{۲\times۲\times۲}{۵\times۵\times۵} = \frac{۸}{۱۲۵} \\ \frac{۲^۳}{۵} = \frac{۲\times۲\times۲}{۵} = \frac{۸}{۵} \end{cases}$$

: اگر توان داخل پرانتز نوشته شود، پرانتز هیچ نقشی نخواهد داشت.

$$\left(\frac{۲^۳}{۵}\right) = \frac{۲\times۲\times۲}{۵} = \frac{۸}{۵}$$

$$\left(\frac{۳^۲}{۷}\right) = \frac{۳\times۳}{۷} = \frac{۹}{۷}$$

نکته۳

در نوشتن پایه‌های جبری، نقش پرانتز بسیار مؤثر می‌باشد.

مربع و مکعب هر عدد

- توان دوم هر عدد را «**مجذور**» یا «**مربع**» آن عدد می‌نامند.

مثال: مربع -۹ $= (-۹)^۲ = (-۹)(-۹) = ۸۱$

مجذور ۶ $= ۶^۲ = ۶\times۶ = ۳۶$

- توان سوم هر عدد را «**مکعب**» آن عدد می‌نامند.

مثال:

مکعب $\frac{۳}{۴}$ $= \left(\frac{۳}{۴}\right)^۳ = \frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴} = \frac{۲۷}{۶۴}$

مکعب ۵ $= ۵^۳ = ۵\times۵\times۵ = ۱۲۵$

حاصل عبارت توان‌دار

برای به‌دست آوردن حاصل دو عبارت توان‌دار با رعایت الویت علامت‌ها عمل می‌کنیم.

تذکر: توان نسبت به ضرب، تقسیم، جمع و تفریق در الویت می‌باشد.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}+\frac{۲}{۹}=\frac{۱}{۹}+\frac{۲}{۹}=\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}$

ب) $\frac{۳^{۳}-۲}{۵^{۲}}=\frac{۲۷-۲}{۲۵}=\frac{۲۵}{۲۵}=۱$

پ) $\frac{۳\times ۲^{۴}}{۲\times ۳^{۴}}=\frac{\cancel{۳}\times \cancel{۱۶}}{\cancel{۲}\times \cancel{۸۱}}=\frac{۸}{۲۷}$

گسترده‌ی توانی هر عدد

در گسترده‌ی توانی هر عدد، رقم‌های عدد را در ارزش مکانی آن‌ها که به صورت توانی از ۱۰ نوشته می‌شود ضرب می‌کنیم.

الف) $۷۸۳=۷۰۰+۸۰+۳=۷\times ۱۰^{۲}+۸\times ۱۰^{۱}+۳\times ۱۰^{۰}$

ب) $۴۱۹۲=۴۰۰۰+۱۰۰+۹۰+۲=۴\times ۱۰^{۳}+۱\times ۱۰^{۲}+۹\times ۱۰^{۱}+۲\times ۱۰^{۰}$

پ) $۵۹۰۱۷=۵۰۰۰۰+۹۰۰۰+۱۰+۷=۵\times ۱۰^{۴}+۹\times ۱۰^{۳}+۰\times ۱۰^{۲}+۱\times ۱۰^{۱}+۷\times ۱۰^{۰}$

ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

در ساده کردن هر عبارت توان‌دار می‌توان از قوانین اصلی توان استفاده کرد.

- **قانون اول:** در ضرب عددهای توان‌دار با پایه‌های مساوی، یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\boxed{x^{a}\times x^{b}=x^{a+b}}$$

مثال:

الف) $۲^{۳}\times ۲^{۵}=۲^{۳+۵}=۲^{۸}$

ب) $(-۴)^{۷}\times(-۴)^{۳}=(-۴)^{۷+۳}=(-۴)^{۱۰}$

پ) $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}\times\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴}=\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲+۴}=\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۶}$

ت) $۵\times ۵\times ۵\times ۵=۵^{۴}=۶۲۵$

نکته

اگر ظاهر عددها مثل هم نبود با تبدیل آن‌ها به یک شکل از مساوی بودن یا نبودن آن‌ها مطمئن شوید.

الف) $(۰/۵)^{۳}\times\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۶}=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۹}$

می‌دانیم: $۰/۵=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$

پ) $(۱/۲)^{۷}\times\left(\frac{۶}{۵}\right)^{۵}=\left(\frac{۶}{۵}\right)^{۱۲}$

$$۱/۲=۱\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{۵}$$

نکته مهم

گاهی اوقات با باز کردن عدد توان‌دار (عکس قانون اول) کار محاسبه آسان‌تر خواهد شد.

مثال: حاصل $۳^۵$ را بدست آورید.

پاسخ: $۳^۵ = ۳^۲ \times ۳^۳ = ۹ \times ۲۷ = ۲۴۳$

- **قانون دوم:** در ضرب عددهای توان‌دار با توان‌های مساوی، پایه‌ها را در هم ضرب کرده و یکی از توان‌ها را می‌نویسیم.

$$\boxed{a^n \times b^n = (a \times b)^n}$$

مثال:

الف) $۳^۸ \times ۵^۸ = (۳ \times ۵)^۸ = ۱۵^۸$

ب) $۷^۲ \times (-۳)^۲ = [۷ \times (-۳)]^۲ = (-۲۱)^۲$

پ) $۲۰^۴ \times (۰/۴)^۴ = \left(\cancel{۲۰}^{۲} \times \frac{۴}{\cancel{۱۰}_{۱}}\right)^۴ = ۸^۴$

ت) $\left(\frac{۳}{۸}\right)^۶ \times \left(\frac{۲۴}{۱۵}\right)^۶ = \left(\frac{\cancel{۳}^{۱}}{\cancel{۸}_{۱}} \times \frac{\cancel{۲۴}^{۳}}{\cancel{۱۵}_{۵}}\right)^۶ = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۶$

نکته

طبق قانون فوق می‌توان در صورت نیاز پایه‌های یک عدد توان‌دار را از هم باز کرد.

مثال:

الف) $۱۰^۶ = ۲^۶ \times ۵^۶$

ب) $۱۵^۹ = ۳^۹ \times ۵^۹$

پ) $(ab)^۷ = a^۷ \times b^۷$

ت) $(xyz)^۴ = x^۴y^۴z^۴$

الگوهای توانی

در بعضی از الگوهای عددی، با تبدیل عددها به عدد توان‌دار می‌توان الگوی عددی را بدست آورد.

مثال: الگوهای عددی زیر را کامل کنید.

الف) $۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, \ldots$

پاسخ: با کمی توجه، متوجه می‌شوید که این عددها، توان‌های ۲ هستند. بنابراین:

$۲^۰, ۲^۱, ۲^۲, ۲^۳, ۲^۴, ۲^۵ = ۳۲ \ , \ ۲^۶ = ۶۴, ۲^۷ = ۱۲۸, ۲^۸ = ۲۵۶$