

## اسامی مؤلفین المپیاد ریاضی نوجوانان ایران

کیان کریمی خراسانی، مرتضی خماسی ابدی، حمیدرضا زیارتی باهر، محمدامین رفیعی نیا،  
زهره پندی، فرخنده ترابی، محمد گل صفتان، امیررضا عرب

### مدیر گروه علمی

خسرو داوودی

### ویراستاران

ندا درودیان، سیما شهریاری، زهرا رئیسی بهان

مبتکران [www.mobtakeran.com](http://www.mobtakeran.com)

تهران: میدان انقلاب، فیابان فخررازی، فیابان نظری، پلاک ۵۹، طبقه اول، واحد ۱، کدپستی ۱۳۱۴۷۶۴۹۶۱  
تلفن: ۰۹۱۴۱۵۰  
E-Mail: azmoon@mobtakeran.com

نام کتاب: پرسش‌های هفتمین المپیاد ریاضی نوجوانان ایران (هشتم - مرمله ۱)

مؤلف: هیأت علمی مبتکران

چاپ اول: زمستان ۱۳۹۵

مروف‌پینی: مبتکران

چاپ و صحافی: رفاه

حقوق چاپ و نشر، محفوظ و مخصوص ناشر است و هرگونه کپی برداری  
و نقل مطالب بدون اجازه ناشر پیگرد قانونی دارد.

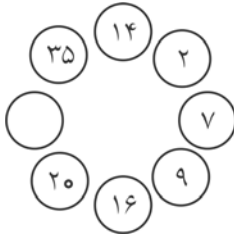


۱. چند تا از عددهای زیر طبیعی هستند؟

$\frac{1+2+3+4+5+6}{7}$ (د)	$\frac{1+2+3+4+5}{6}$ (ج)	$\frac{1+2+3+4}{5}$ (ب)	$\frac{1+2+3}{4}$ (الف)
(۵) صفر	۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)

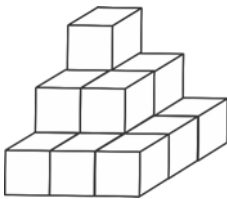
۲. در شکل زیر حاصل جمع هر دو عدد کنار هم، مربع کامل است. (مثلاً  $2+7=9$  و  $14+2=16$ ) چه عددی در جای خالی

قرار می‌گیرد؟



- |        |        |
|--------|--------|
| ۱۴ (۲) | ۵ (۱)  |
| ۲۹ (۴) | ۱۶ (۳) |
|        | ۴۶ (۵) |

۳. حجم مقابل از ۱۴ مکعب به طول واحد ساخته شده است. اگر این حجم را در قوطی رنگ بیاندازیم چه مساحتی رنگی خواهد شد؟



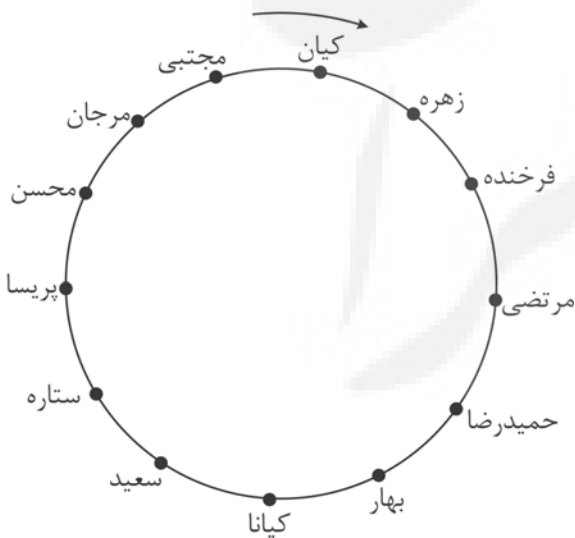
خواهد شد؟

- |        |        |
|--------|--------|
| ۳۳ (۲) | ۳۰ (۱) |
| ۳۹ (۴) | ۳۶ (۳) |
|        | ۴۲ (۵) |

۴. ۱۳ نفر دور یک میزگرد نشسته‌اند. با شروع از کیان و

شمارش در جهت مشخص شده، چهارمین نفر از کنار میز بلند می‌شود و این کار به همین صورت ادامه می‌یابد. به‌عنوان مثال اولین نفری که از سر میز بلند می‌شود مرتضی و نفر بعدی سعید است. چه کسی در انتها کنار میز باقی

می‌ماند؟



- |          |            |
|----------|------------|
| بهار (۲) | ۱) حمیدرضا |
| ۴) پریسا | ۳) مرجان   |
|          | ۵) مجتبی   |



۵. عددی را «جالب‌انگیز» می‌گوییم اگر مجموع شمارنده‌هایش از حاصل ضرب شمارنده‌هایش بزرگ‌تر باشد. کوچک‌ترین عدد «جالب‌انگیز» بزرگ‌تر از ۵۰ کدام است؟

- ۵۱ (۱)      ۵۳ (۲)      ۵۵ (۳)      ۵۷ (۴)      ۵۹ (۵)

۶. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{1}{1-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{3}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{4}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{5}} \times \dots \times \frac{1}{1-\frac{1}{100}}$$

- ۱۰۰ (۱)      ۹۹ (۲)       $\frac{1}{100}$  (۳)       $\frac{1}{99}$  (۴)      ۱۰۱ (۵)

۷. دو نفر به نام‌های A و B در یک شرکت همکار هستند.

A:  $\frac{12}{17}$  از همکارهای من خانم هستند.

B:  $\frac{5}{7}$  از همکارهای من خانم هستند.

در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱) خانم و آقا است.  
 (۲) A خانم است و B را نمی‌توان مشخص کرد.  
 (۳) A را نمی‌توان مشخص کرد ولی B خانم است.  
 (۴) A آقا و B خانم است.  
 (۵) A را نمی‌توان مشخص کرد، ولی B آقا است.

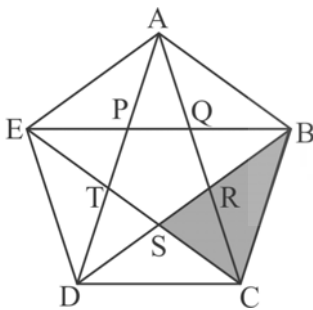
۸. مجموع ۲۰ عدد صحیح متوالی برابر ۱۰ است. مجموع رقم‌های بزرگ‌ترین عدد در بین این ۲۰ عدد کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)      ۱۱ (۵)

۹. در شکل زیر، ABCDE یک پنج‌ضلعی منتظم است. در این شکل چند مثلث هم‌نهشت با

مثلث BCS دیده می‌شود؟ (خود BCS را هم بشمارید).

- ۵ (۱)      ۱۵ (۳)      ۲۵ (۵)  
 ۱۰ (۲)      ۲۰ (۴)





۱۰. عددهای زیر را در نظر بگیرید:

$$2 \times 3 \times 5 \quad 3 \times 5 \times 7 \quad 5 \times 7 \times 11 \quad 7 \times 11 \times 2 \quad 11 \times 2 \times 3$$

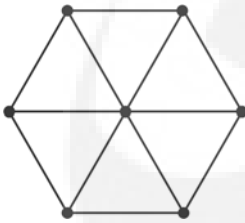
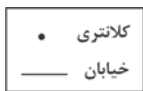
امین دو عدد  $a$  و  $b$  را از بین آنها طوری انتخاب کرد که  $[a, b] = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ . حاصل  $(a, b)$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۶ (۱)      ۲۲ (۲)      ۵ (۳)      ۳۰ (۴)      ۷۷ (۵)

۱۱. حاصل جمع رقم‌های یک عدد ۲ برابر حاصل ضرب رقم‌هایش است. حاصل ضرب رقم‌های کوچک‌ترین عدد چهار رقمی با این خاصیت کدام است؟

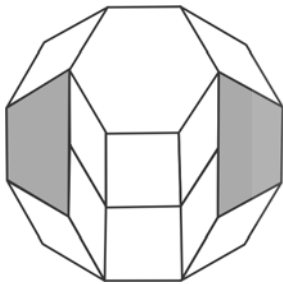
- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۵)

۱۲. نقشه راه‌های روستای «پلیس آباد» به شکل روبه‌رو است. این روستا ۱۲ خیابان و ۷ کلانتری دارد. هر پلیس که در یکی از کلانتری‌ها باشد از تمام خیابان‌های منتهی به کلانتری محافظت می‌کند. دست کم چند پلیس در کلانتری‌ها قرار گیرند تا هر خیابان تحت نظارت ۶ پلیس باشد؟



- ۱۸ (۱)  
۲۱ (۲)  
۲۴ (۳)  
۳۶ (۴)  
۷۲ (۵)

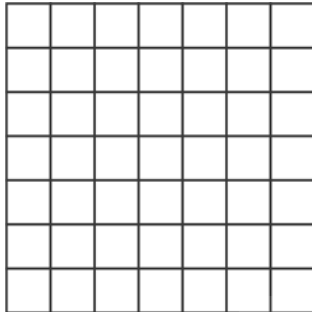
۱۳. یک دوازده‌ضلعی منتظم را به تعدادی مربع، لوزی، شش‌ضلعی منتظم و دوزنقه تقسیم کرده‌ایم. اندازه زاویه تند در دوزنقه کدام است؟



- ۴۰ (۱)  
۵۰ (۲)  
۶۰ (۳)  
۷۰ (۴)  
۸۰ (۵)



۱۴. می‌خواهیم جدول  $7 \times 7$  زیر را با کمک قطعه‌های (۱) و (۲) تا آن‌جا که ممکن است، بپوشانیم. حداکثر چند قطعه می‌توان



(۱)



(۲)

در جدول قرار داد؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

۱۳ (۵)

۱۵. چهار تیم در یک دوره مسابقه فوتبال شرکت کردند و هر دو تیم دقیقاً یک بار با هم مسابقه دادند. هر بُرد ۳ امتیاز، هر

	تیم A	تیم B	تیم C	تیم D
تعداد برد	۳	۱	۰	۰
تعداد مساوی	۰	۱	۲	۱
تعداد باخت	۰	۱	۱	۲
امتیاز	۹	۴	۲	۱
خروجی	۹	۴	۲	۱

مساوی ۱ امتیاز و هر باخت ۰ امتیاز داشت.

خروجی امتیازها در جدول مقابل ۱، ۲، ۳، ۴، ۹ است. کدام گزینه

نمی‌تواند خروجی یک جدول باشد؟

۳، ۳، ۳، ۳ (۲)

۶، ۶، ۴، ۱ (۱)

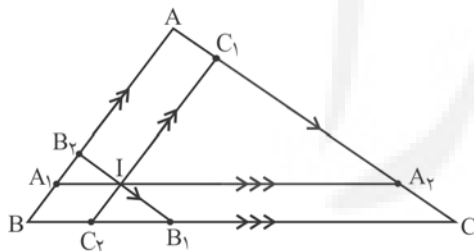
۹، ۵، ۳، ۱ (۴)

۵، ۳، ۳، ۲ (۳)

۵، ۵، ۵، ۰ (۵)

۱۶. از نقطه دلخواه I درون مثلث ABC، سه خط موازی ضلع‌های مثلث ABC رسم می‌کنیم، محیط مثلث ABC برابر با

۲۰ است. محیط مثلث  $IB_1A_1$  برابر با ۲ و محیط مثلث  $IC_1B_1$  برابر ۳ است. محیط مثلث  $IA_1C_1$  کدام است؟



۱۵ (۱)

۱۴ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

۱۶ (۵)

۱۷.  $x$  و  $y$  دو عدد طبیعی هستند و  $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 9$ ، بیشترین مقدار  $xy$  چند است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۴۹ (۳) ۸۱ (۴) ۱۰۰ (۵) ۱۲۱

۱۸. حاصل ضرب دو عدد طبیعی  $n$  و  $m$  برابر ۲۱۴۸۷۵ و ترتیب رقم‌های  $m$  عکس ترتیب رقم‌های  $n$  است. رقم وسط این اعداد کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸ (۵) ۹

۱۹. جدولی  $3 \times 3$  از حروف را «پالیندرومی» می‌گوییم هرگاه کلمات هر ردیف و هر ستونش از هر دو طرف (چپ به راست و

A	B	A
C	B	C
A	B	A

برعکس) به یک شکل خوانده شوند. مانند جدول روبه‌رو:

چند جدول  $3 \times 3$  پالیندرومی با استفاده از دو حرف  $X$  و  $Y$  می‌توان نوشت؟ (جدول می‌تواند فقط

شامل یک حرف باشد.)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶ (۵) ۱۸

۲۰. هر حرف به جای یک رقم نشسته است و حرف‌های مختلف به جای رقم‌های مختلف است. حاصل  $b+a+b+y$  کدام

$$\begin{array}{r} t \ o \ y \\ + \\ t \ o \ y \\ + \\ t \ o \ y \\ \hline b \ a \ b \ y \end{array}$$

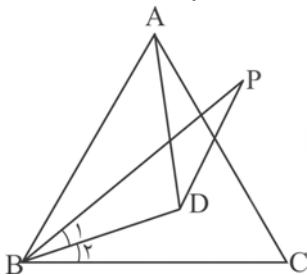
عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲

- (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

(۵) هر چهار گزینه می‌تواند باشد.

۲۱. در شکل زیر،  $ABC$  مثلث متساوی‌الاضلاع است. نقطه‌های  $P$  و  $D$  را طوری در نظر می‌گیریم که  $BP = BA$ ،



$DB = DA$  و  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$  اندازه زاویه  $\hat{BPD}$  در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

(۲)  $19^\circ < \hat{BPD} < 25^\circ$

(۱)  $12^\circ < \hat{BPD} < 18^\circ$

(۴)  $33^\circ < \hat{BPD} < 39^\circ$

(۳)  $26^\circ < \hat{BPD} < 32^\circ$

(۵)  $4^\circ < \hat{BPD} < 46^\circ$



۲۲. عددهای ۵، ۴۵، ۴۰، -۲۰، -۱۵، -۱۰ را در جدول ضرب  $3 \times 3$  چیده‌ایم و حاصل ضرب‌های به‌دست آمده را جمع کرده‌ایم. بیش‌ترین مقدار این حاصل‌جمع چقدر است؟

×			

۱۵۰۰ (۵)

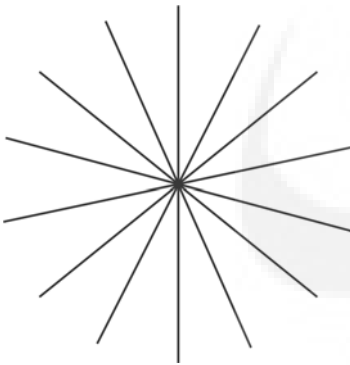
۱۱۲۵ (۴)

۱۶۲۵ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۱۴۰۰ (۱)

۲۳. مرجان  $m$  خط که همگی از یک نقطه می‌گذرند را طوری رسم کرده است که زاویه بین هر دو خط متوالی‌اش برابر  $x$  درجه است (مانند شکل زیر). رکسانا نیز  $n$  خط مانند مرجان رسم کرده است که زاویه بین هر دو خط متوالی‌اش برابر  $y$  درجه است. اگر  $x$  و  $y$  عددهای طبیعی و  $x - y = 27^\circ$  باشد، کم‌ترین مقدار ممکن برای  $m + n$  چند است؟



۶ (۱)

۱۰ (۲)

۱۴ (۳)

۱۸ (۴)

۲۵ (۵)

۲۴. از بین علی، بابک و کامران دو نفر در آزمونی قبول شدند. از بین علی و بابک آن‌که قد کوتاه‌تر بود، در بین قبول‌شدگان مسن‌ترین بود. از بین بابک و کامران آن‌که جوان‌تر بود، در بین قبول‌شدگان قد کوتاه‌تر بود. از بین علی و کامران آن‌که قد بلندتر بود، در بین قبول‌شدگان جوان‌تر بود. کدام گزینه درباره شخصی که در آزمون قبول نشده، درست است؟

(۱) بابک قبول نشده و قد کوتاه‌ترین است.

(۲) کامران قبول نشده و مسن‌ترین است.

(۳) علی قبول نشده و قد بلندترین است.

(۴) بابک قبول نشده و جوان‌ترین است.

(۵) کامران قبول نشده و قد بلندترین است.